ح14 **ARABISCHE REPUBLIK ÄGYPTEN** {270} ث.ع.م / أول

Ministerium für Erziehung und Unterricht

Oberschulabschlussprüfung 2014

{ Erste Prüfung – Das neue System }

Reine Mathematik { Alegebra und Räumliche Geometrie } **Zeit: 2 Stunden**

{ الأسئلة فى صفحتين } الرياضيات البحتة { الجبر والهندسة الفراغية } باللغة الألمانية

تنبيه مهم : يسلم الطالب ورقة امتحانيه باللغة العربية مع الورقة المترجمة .

Bemerkung: **1.** Taschenrechner sind erlaubt

2. $\{1, \omega, \omega^2\}$ sind die Kubikwurzeln der komplexen Zahl Eins und $i^2 = -1$

I. Alegebra

Beantworten Sie die folgenden Aufgaben:

Erste Aufgabe: (6 Punkte)

A) Ergänzen Sie die Folgenden Aussagen!

1. Die Lösungsmenge der Gleichung $\underline{x-1|} = 1$ ist …………

2. Ist die Anzahl der Terme der Entwicklung von $(x+y)^{2n-1}$ gleich 12 Terme ,

dann ist der Wert von n = …………

3. Bei der Lösung der zweier Gleichungen:

$a_1 x + b_1 y = c_1$ und $a_2 x + b_2 y = c_2$,

wenn $x = \dfrac{-7}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}$ und $y = \dfrac{-21}{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}$, dann sind $c_1 =$ ……… und $c_2 =$ ………

B) Wenn $\underline{n|} = 720$ und ${}^{n+1}P_{r-2} = 210$; finden Sie den Wert von ${}^{n+1}C_r + {}^{n+1}C_{r-1}$

Zweite Aufgabe: (6 Punkte)

A) In der Entwicklung von $\left(4x^2 + \dfrac{1}{2x}\right)^{15}$, finden Sie:

(i) den Wert des Terms, der kein x enthält

(ii) den Wert von x , der die zwei mittleren Terme in der Entwicklung gleich macht

B) Beweisen Sie , dass:

$\left(\dfrac{5-3\omega^2}{5\omega-3} - \dfrac{2-7\omega}{2\omega^2-7}\right)^4 = 9$ wobei ω eine der Kubikwurzeln der Zahl Eins.

بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية

رُوجع ومطابق للأصل اليدوى ويطبع على مسئولية اللجنة الفنية ،

التاريخ	التوقيع	الاسم	التاريخ	التوقيع	الاسم

<u>Dritte Aufgabe</u>: (6 Punkte)

A) Bringen Sie die Zahl $z = 1 + \sqrt{3}\, i$ auf der trigonometrischen Form , dann finden Sie die zwei Quadratwurzeln von z auf die Exponentialform.

B) Ohne die Determinanten in einzelnen auszurechnen, beweisen Sie, dass

$$\begin{vmatrix} a_1 + b_1x & a_1x + b_1 & c_1 \\ a_2 + b_2x & a_2x + b_2 & c_2 \\ a_3 + b_3x & a_3x + b_3 & c_3 \end{vmatrix} = (1 - x^2)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

II- <u>Räumliche Geometrie</u>

<u>Vierte Aufgabe</u>: (6 Punkte)

A) Ergänzen Sie die Folgenden Aussagen!

1. Ist das Maβ des Winkels zwischen zwei windschiefen Geraden gleich 90°, dann die zwei Geraden sind.......................... .
2. Ist jede von zwei sich schneiden Ebenen senkrecht zur dirtten Ebene ,dann ist die Schnittgerade dieser zwei Ebenen ....
3. Sind die Dimensionen eines Quader gleich x , y , und z , wenn $xy = 48\ cm^2$, $xz = 144\ cm^2$ und $yz = 192\ cm^2$, dann ist sein Volumen = ·················· cm^3 und die Länge seiner Diagonale = ·················· cm.

B) Es sei X , Y , und Z drei parallele Ebenen. Die Gerade L schneidt sie in den Punkten A , B und C beziehungsweise und die Gerade M schneidt sie in den Punkten D , E , und F beziehungweise. Wenn $\overleftrightarrow{AF}$ schneidet die Ebene Y in N und AB : BC = 1 : 3, beweisen Sie , dass CF + 3 AD = 4(BN + NE).

<u>Fünfte Aufgabe:</u> (6 Punkte)

MABC ist eine dreieckige Pyramide , in der $\overline{MA} \perp$ Ebene ABC, AB = AC =10 cm, BC = 12 cm, MA = 8 cm und D ist der Mittelpunkt von $\overline{BC}$.

(i) Berechnen Sie die Länge von $\overline{AD}$ und dann beweisen Sie , dass $\overline{MD} \perp \overline{BC}$

(ii) Finden Sie m ($\angle$ M- $\overleftrightarrow{BC}$ -A).

(iii) Beweisen Sie , dass die zwei Ebenen MAD und MBC senkrecht sind.

انتهت الأسئلة

رُوجع ومطابق للأصل اليدوى ويطبع على مسئولية اللجنة الفنية ،

التاريخ	التوقيع	الاسم	التاريخ	التوقيع	الاسم

I. Alegebra

Antwort der ersten Aufgabe: (6 Punkte) (A) (3 Punkte) - (B) (3 Punkte)

A) 1- $\{1\ ,\ 2\}$ 1

2- 6 1

3- $C_1 = 6$ 0,5 $C_2 = -5$ 0,5

B) ي $\lfloor\underline{n} = 720$

ى $\lfloor\underline{n} = \lfloor\underline{6}$

ى $n = 6$ 1

ي ${}^{7}P_{r-2} = 210$ F ${}^{7}P_{r-2} = {}^{7}P_{3}$

ى $r - 2 = 3$

ى$r = 5$ 1

ى${}^{n+1}C_r +$ ى${}^{n+1}C_{r-1} = {}^{n+2}C_r$

$= {}^{8}C_{s}$

$= {}^{8}C_{3} \quad = 56$ 1

(تراعى الاجابات الأخرى)

<u>Antwort der zweiten Aufgabe:</u> (6 Punkte) (A) (3 Punkte) - (B) (3 Punkte)

A) [i] $T_{r+1} = {}^{15}C_r \left(\frac{1}{2x}\right)^r (4x^2)^{15-r}$ **0,5**

$= {}^{15}C_r \left(\frac{1}{2}\right)^r \times (4)^{15-r} \times x^{30-3r}$ **0,5**

Um der von x frei Term zu erhalten , setzen Sie $30 - 3r = 0$

$r = 10$ **0,5**

T_{11} ist der Term, der kein x enthält

, $T_{11} = {}^{15}C_{10} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \times (4)^5 = 3003$ **0,5**

[ii] die zwei mittleren Terme sind T_8 , T_9

ى$\frac{T_9}{T_8} = \frac{15-8+1}{8} \times \frac{1}{8x^3} = 1$ **0,5**

ى$8x^3 = 1$ F $x^3 = \frac{1}{8}$

ى$x = \frac{1}{2}$ **0,5**

B) L. H. S.$= \left(\frac{5-3\omega^2}{5\omega-3} - \frac{2-7\omega}{2\omega^2-7}\right)^4$

$= \left(\frac{5\omega^3-3\omega^2}{5\omega-3} - \frac{2\omega^3-7\omega}{2\omega^2-7}\right)^4$ **1**

$= \left[\frac{\omega^2(5\omega-3)}{5\omega-3} - \frac{\omega(22-7)}{2\omega^2-7}\right]^4$ **0,5**

$= (\omega^2-\omega)^4$ **0,5**

$= (\pm\sqrt{3}i)^4$ **0,5** $= 9i^4$ $= 9$ **0,5**

$=$ R. H. S.

(يراعى الاجابات الأخرى)

<u>Antwort der drittten Aufgabe:</u> (6 Punkte) (A) (3 Punkte) - (B) (3 Punkte)

A) ي $Z = 1 + \sqrt{3}\,i$

ى $|Z| = \sqrt{1+3} = 2$ **0,5**

, $\cos\theta = \frac{1}{2}$, $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ى $\theta = \frac{\pi}{3}$ **0,5**

ى $Z = z\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$ **0,5**

Die zwei Quadratwurzeln von $Z = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]^{\frac{1}{2}}$

$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{\frac{\pi}{3}+2n\pi}{2} + i\sin\frac{\frac{\pi}{3}+2n\pi}{2}\right]$, wobei $n = 0 , 1$ **0,5**

Wenn $n = 0$ erhalten eine wurzel$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right] = \sqrt{2}\, e^{\frac{\pi i}{6}}$ **0,5**

Wenn $n = 1$ erhalten die andre wurzel

$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right] = \sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{6}i}$ **0,5**

B) L. H. S.= $\begin{vmatrix} a_1 + b_1 x & a_1 x + b_1 & C_1 \\ a_2 + b_2 x & a_2 x + b_2 & C_2 \\ a_3 + b_3 x & a_3 x + b_3 & C_3 \end{vmatrix} \xrightarrow{C_1 - x\,C_2}$

$= \begin{vmatrix} a_1 - a_1 x^2 & a_1 x + b_1 & C_1 \\ a_2 - a_2 x^2 & a_2 x + b_2 & C_2 \\ a_3 - a_3 x^2 & a_3 x + b_3 & C_3 \end{vmatrix}$ **1**

$= \begin{vmatrix} a_1(1 - x^2) & a_1 x + b_1 & C_1 \\ a_2(1 - x^2) & a_2 x + b_2 & C_2 \\ a_3(1 - x^2) & a_3 x + b_3 & C_3 \end{vmatrix}$ **0,5** $(1 - x^2)$ als eine faktor von C_1

$= (1 - x^2)\begin{vmatrix} a_1 & a_1 x + b_1 & C_1 \\ a_2 & a_2 x + b_2 & C_2 \\ a_3 & a_3 x + b_3 & C_3 \end{vmatrix}$ **0,5** , $\xrightarrow{C_2 - x\,C_1}$

$= (1 - x^2)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & C_1 \\ a_2 & b_2 & C_2 \\ a_3 & b_3 & C_3 \end{vmatrix}$ **1** $= R.H.S.$

(يراعى الاجابات الأخرى)

II- Räumliche Geometrie

Antwort der vierten Aufgabe: (6 Punkte) (A) (3 Punkte) - (B) (3 Punkte)

A) 1- Zwei wendschiefene Gerade **1**

2- senkrecht zu dieser Ebene **1**

3- 1152 ,26 **1**

B) يY // die Ebene Z

Und die Ebene ACF schneidt sie

in $\overline{BN}$, $\overline{CF}$ beziehungsweise

ي$\overline{BN} \;//\; \overline{CF}$ **0,5**

ي$\frac{BN}{CF} = \frac{AB}{AC} = \frac{AN}{AF} = \frac{1}{4}$ **0,5**

ي$\frac{BN}{CF} = \frac{1}{4}$

ي$CF = 4\ BN$ ……. (1) **0,5**

Ähnlischeweise: Ebene X // Ebene Y,

Ebene FAD schneidt sie in

$\overline{AD}$ und $\overline{NE}$ beziehungsweise

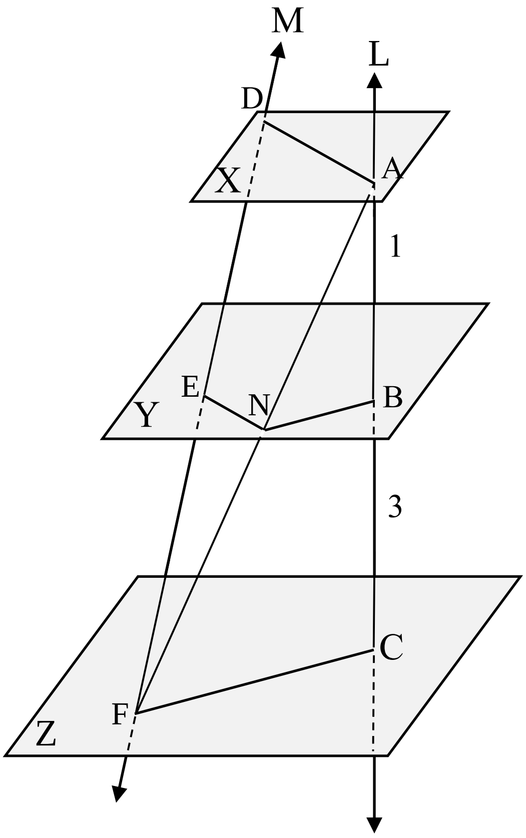
ي $\overline{AD} \;//\; \overline{NE}$

ي$\frac{NE}{AD} = \frac{FN}{FA} = \frac{3}{4}$

ي$3\ AD = 4\ NE$……. (2) **0.5**

Addieren (1) und (2)

ي$CF + 3AD = 4\ (BN + NE)$ **0. 5**

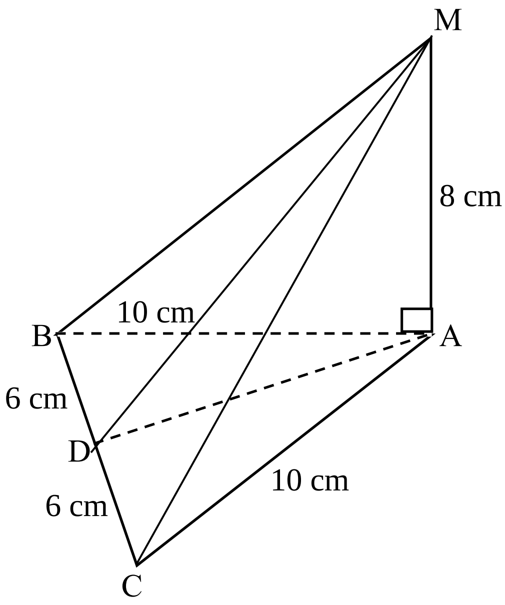


0.5 für die zeichnung

(تراعى الاجابات الأخرى)

Antwort der fünften Aufgabe: (6 Punkte)

[i] In Δ DABC:



ي $AB = AC$, D ist der Mittelpunkt von $\overline{BC}$

ى $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ **0,5**

ى $(AD)^2 = (AC)^2 - (CD)^2$ **0,5**

$= 100 - 36$

ى $(AD)^2 = 64$

ى $AD = 8$ cm **0,5**

, ي $\overline{MA} \perp$ Ebene ABC ,

$\overline{MD}$ ist zur Ebene geneigt ,ihre Projektion $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

ى $\overline{MD} \perp \overline{BC}$ **0,5**

1 für die zeichnung

[ii] ي Jede von $\overline{MD}$, $\overline{AD}$ senkrecht zu $\overline{BC}$

ى $\angle$ MDA ist eine ebenen Winkel des Keilwinkels $M - \overleftrightarrow{BC} - A$ **0,5**

ى $m\left(\angle M - \overleftrightarrow{BC} - A\right) = m\,(\angle MDA)$ **0,5**

ي $MA = AD = 8$ cm

ى $\angle\left(M - \overleftrightarrow{BC} - A\right) = m\,(\angle MDA) = 45^\circ$ **0,5**

[iii] ي $\overline{BC} \perp$ jede von $\overline{MD}$, $\overline{AD}$

ى $\overline{BC} \perp$ Ebene MAD **0,5**

ي $\overline{BC} \subset$ Ebene MBC **0,5** ى Ebene MBC $\perp$ Ebene MAD **0,5**

(تراعى الاجابات الأخرى)

انتهى نموذج الإجابة